BSMAT - S502

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, OCT./NOV. - 2017

MATHEMATICS

Linear Algebra

(Semester - V) (CBCS Pattern) (Paper - VI)

(w.e.f. 2015 - 2016 Admitted Batch)

Time : 3 hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

Answer any five of the following $(5 \times 5 = 25)$

1. Express the vector $\alpha = (1,-2,5)$ as a linear combination of the vectors $\alpha_1 = (1,1,1), \alpha_2 = (1,2,3), \alpha_3 = (2,-1,1)$

   $\alpha = (1,-2,5)$ అను సదిశను $\alpha_1 = (1,1,1), \alpha_2 = (1,2,3)$, $\alpha_3 = (2,-1,1)$ సదిశల ఋజు సంయోగంగా వ్రాయండి.

2. Let V(F) be a vector space. A subset of V consisting of single nonzero vector is linearly independent.

   ఒకే ఒక శూన్యేతర సదిశ ఋజు స్వాతంత్ర్య సమితి నేర్పరచును.

3. Show that the vectors (1, 1, 2), (1, 2, 5), (5, 3, 4) of $R^3(R)$ do not form a basis of $R^3(R)$.

   $R^3(R)$ యొక్క (1, 1, 2), (1, 2, 5), (5, 3, 4) సదిశలు $R^3(R)$ నకు ఆధారం ఏర్పరచవని చూపండి.

4. Describe explicity the linear transformation $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ such that $T(2, 3) = (4, 5)$ and $T(1, 0) = (0, 0)$.

   $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ ప్రమేయం $T(2, 3) = (4, 5)$ మరియు $T(1, 0) = (0, 0)$ గా నిర్వచిస్తే T ఋజు పరివర్తనాన్ని నిర్దిష్టంగా వ్యక్తీకరించండి.

5. Find the kernel of the linear transformation $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ defined by $T(1, 0) = (1, 1)$ and $T(0, 1) = (-1, 2)$.

   ఋజు పరివర్తన $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ ని $T(1, 0) = (1, 1)$ మరియు $T(0, 1) = (-1, 2)$ అని నిర్వచిస్తే T యొక్క కెర్నెల్‌ను కనుక్కోండి.

6. Find the rank of the matrix $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

   $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క కోటిని కనుక్కోండి.

7. State and prove parallelogram law.

   సమాంతర చతుర్భుజ న్యాయంను ప్రవచించి నిరూపించండి.

8. Show that $\left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)\right\}$ form an orthonormal set in $V_3(R)$.

   $\left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)\right\}$ ఒక లంబాభిలంబ సమితి అని ఋజువు చేయండి.

SECTION - B

Answer Five of the following: $(5 \times 10 = 50)$

9. Let W_1 and W_2 be two subspaces of a vector space V(F) then $W_1 \cup W_2$ is a subspace of V(F) iff $W_1 \subseteq W_2$ or $W_2 \subseteq W_1$.

   రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనము కూడ ఉపాంతరాళం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం - ఒకటి రెండవ దాని ఉపసమితి అయి ఉండాలి.

OR

Scanned with CamScanner

10. If S is a non-empty subset of a vectorspace V(F) then the linear span of S is equal to the subspace generated by S.

V(F) సదిశాంతరాళానికి, S శూన్యేతర ఉపసమితి అయితే V(F) నకు L(S) ఉపాంతరాళము మరియు S ను కలిగి ఉన్న అన్ని ఉపాంతరాళాల ఛేదన సమితి L(S) అవుతుంది.

11. State and prove Basis extension theorem.

ఆధార విస్తరణ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR

12. If W is a subspace of a finite dimensional vector space V(F) then dim(V/W) = dim V – dim W.

V(F) పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళానికి W ఉపాంతరాళము అయితే dim(V/W) = dim V – dim W

13. U(F),V(F) are two vector spaces. If T is a linear transformation from a vector space U(F) into a vectorspace V(F) and U is finite dimensional then rank(T) + nullity(T) = dim U.

U(F),V(F) రెండు సదిశాంతరాళాలు $T:U(F)\to V(F)$ ఒక ఋజు పరివర్తన. U పరిమిత పరిమాణాంతరాళం అయితే T పరివర్తనాకోటి + Tపరివర్తనా శూన్యత = U పరిమాణము.

OR

14. Let U be an n-dimensional vector space and V be an m-dimensional vector space over the field F then the vector space L(U,V) of all linear transformations from U into V is finite dimensional and is of dimension mn.

U(F) నుండి V(F) నకు ఉండే అన్ని ఋజు పరివర్తనాల సదిశాంతరాళం L(U,V). dim U = n; dim V = m అయితే L(U,V) = mn.

15. Find the Eigen values and Eigen vectors of the matrix

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Scanned with CamScanner

$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క అయిగన్ విలువలు మరియు అయిగన్

సదిశలను కనుక్కోండి.

OR

16. Find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ by using Cayley-Hamilton theorem.

కేలీ-హేమిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క విలోమాన్ని కనుక్కోండి.

7. State and prove Bessel's inequality.

బెస్సెల్ అసమానతను ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR

8. Apply the Gram-Schmidt process to the vectors $\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$ to obtain an orthonormal bases for $V_3(\mathbb{R})$ with the standard inner product.

ప్రామాణిక అంతర్లబ్ధముతో $V_3(\mathbb{R})$ కి లంబాభిలంబ ఆధారాన్ని కనుక్కోవడానికి $\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$ సదిశలకి గ్రామ్-స్మిడ్ విధానాన్ని అనువర్తించండి.

× × ×

Scanned with CamScanner